



MATEKING.HU

Feladatgyűjtemény

MATEMATIKA 1 GTK 0 tantárgy

Kiadás dátuma: 2025. 12. 25.

Tartalomjegyzék

Bevezető.....	2
Kombinatorika.....	3
Elemi valószínűség számítás és eseményalgebra.....	11
Teljes valószínűség tétele és Bayes tétel.....	15
Mintavételek típusai.....	18
Valószínűségi változó, várható érték, szórás.....	20
Lineáris algebra.....	22
Függvények.....	31
Deriválás.....	34
Függvényvizsgálat & szélsőérték-feladatok.....	40
Normális eloszlás.....	41
Többváltozós deriválás.....	43
Integrálás.....	45

Bevezető

- a) Egy vonat 200 méter hosszú és 160 km/h sebességgel halad el Bob mellett. Mennyi ideig tart ez?
- b) Ugyanez a vonat egy 150 méter hosszú alagúton halad át. Mennyi ideig lesz a vonat az alagútban, ha 200 km/h sebességgel halad?
- c) Egy alagutat 4 év alatt tud kifúrni egy fúrópajzs. Egy másik fúrópajzsak ehhez 5 év kell. Mennyi idő alatt készül el az alagút, ha a két fúrópajzs az alagút két végén egyszerre kezdi a munkát és együtt dolgoznak?
- d) Egy víztárolót két vezetéken keresztül lehet vízzel feltölteni. Az A-vezetéken keresztül 7 nap alatt telik meg vízzel a víztároló, a B-vezetéken keresztül pedig 9 nap alatt. Hány nap alatt telik meg akkor, ha mindkét csövön keresztül egyszerre töltik fel? Hány nap alatt telik meg akkor, ha mindkét vezetéken keresztül egyszerre töltik, de meghibásodás miatt az A-vezeték 2 napon keresztül nem használható?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

- a) Egy traktor 5 óra alatt tud felszántani egy földterületet. Egy másik traktornak ugyanez 7 órába telik. Mennyi idő alatt szántja fel a földterületet a két traktor együtt?
- b) Egy másik földterületet egy traktor 6 óra alatt szánt fel egyedül. Mennyi ideig tartana ez a másik traktornak, ha együtt 144 perc?
- c) Egy víztárolót két vezetéken keresztül lehet vízzel feltölteni. Az egyik vezetéken keresztül 6 nap alatt telne meg vízzel, a másik vezetéken keresztül 4 nap alatt. Hány nap alatt telik meg akkor, ha mindkét vezetéken egyszerre kezdik feltölteni?
- d) A víztároló vizét a végében álló duzzasztógát zsilipein keresztül engedik le, ahol a lezúduló víz áramot termel. A víztároló teljes kiürítéséhez 5 napra van szükség. Mennyi idő alatt telik meg a víztároló, ha mindkét vezetéken át folyamatosan töltik föl, de a zsilipek is nyitva vannak?
- e) Egyik alkalommal a víztároló félig volt tele vízzel. Elkezdtek mindkét vezetéken át feltölteni, közben pedig a zsilipeken keresztül engedték le a vizet. Két nap elteltével a nagyobb teljesítményű vezeték meghibásodott, ezért elzárták. A kisebb teljesítményű vezeték továbbra is zavartalanul működött. Hány napjuk van megjavítani a másik vezetéket, ha a zavartalan áramellátás érdekében a víztároló nem ürülhet ki teljesen?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

- a) Egy kétjegyű szám számjegyeinek a különbsége 3. Ha a számot és a számjegyek felcserélésével kapott számot összeadjuk, az összeg 165. Melyik ez a szám?
- b) Egy kétjegyű szám számjegyeinek összege 12. Ha a jegyeket felcseréljük, a szám értéke 75%-kal növekszik. Melyik ez a szám?
- c) Egy kétjegyű szám első jegye a második jegy háromszorosa. Ha a számjegyeket felcseréljük, 36-tal kisebb számot kapunk. Melyik ez a kétjegyű szám?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Kombinatorika

Egy futóverseny döntőjében 3 versenyző ér célba leghamarabb. Hányféle sorrendben érkezhetnek be?

Egy másik futóversenyen 6-an kerültek a döntőbe: Olasz, svájci, francia, német, osztrák, svéd. Hányféle sorrendben érkezhetnek célba?

Egy harmadik futóversenyen 7-en kerültek a döntőbe: Olasz, svájci, francia, német, osztrák, svéd, magyar.

- a) Hányféle sorrend lehet, ha tudjuk, hogy a svájci versenyző ér először célba?
- b) Hányféle sorrend lehet, ha tudjuk, hogy a svájci versenyző a negyedik?
- c) Hány olyan sorrend van, amikor a német az első és a francia a negyedik?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Itt vannak ezek a számjegyek: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

- a) Hányféle ötjegyű számot tudunk készíteni belőlük, ha minden számjegyet csak egyszer használhatunk föl?
- b) Hány olyan ötjegyű számot tudunk készíteni belőlük, amiben a harmadik számjegy 7-es, ha minden számjegyet csak egyszer használhatunk föl?
- c) Hány olyan ötjegyű számot tudunk készíteni belőlük, amiben a harmadik számjegy páros, ha minden számjegyet csak egyszer használhatunk föl?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Bob örülten rajong a modern művészetekért, és elhatározza, hogy festeget egy kicsit... Minden festményét két színnel készíti el, a színeket pedig 9 lehetséges szín közül választja ki.

- a) Hányféleképpen tud két színt kiválasztani?
- b) Bob 36 darab képe közül 4-et kiállítanak egy múzeumban. Hányféleképp lehet kiválasztani a 36 darab kép közül azt a 4-et amit kiállítanak?
- c) Bob 36 darab képe közül 4-et elajándékozik 4 különböző múzeumnak. Hányféleképpen teheti ezt meg?
- d) Egy másik kiállítás megnyitóján 24 festő volt jelen, akiknek a képeit kiállították. A megnyitón a 24 festő mindegyike mindegyik másik festővel koccint. Hány koccintás történt?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

- a) Hányféleképpen ülhet le öt ember egymás mellé a padon?
- b) Hányféleképpen ülhet le öt ember közül három egymás mellé a padon?
- c) Hányféleképpen választhatunk ki öt ember közül hármat?
- d) Egy buszon 20-an utaznak, és az öt megállója során végül minden utas leszáll. Hányféleképpen tehetik ezt meg?
- e) Egy nyereményjátékon 20 ember között kisorsolnak 5 ajándékot. Hányféleképpen lehetséges ez, ha a nyeremények különbözőek, és egy ember csak egyet kaphat? Hogyha a nyeremények különbözőek, de egy ember többet is kaphat? Végül, ha a nyeremények egyformák és egy ember csak egyet kaphat?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Öt lány, Hanna, Luca, Léna, Mira és Lili együtt megy moziba, és öt egymás melletti helyre vesznek jegyet.

- a) Hányféleképpen ülhetnek le egymás mellé?
- b) Hányféleképpen ülhetnek egymás mellé, ha Mira mindenképpen középen szeretne ülni?
- c) Hányféleképpen ülhetnek egymás mellé, ha Mira mindenképpen a szélén szeretne ülni?
- d) Hányféleképpen ülhetnek le a lányok, ha Mira és Lili mindenképpen egymás mellé szeretne ülni?
- e) Hányféleképpen ülhetnek le a lányok, ha Hanna és Luca biztosan nem akar egymás mellé ülni?

Hányféleképpen rakhatunk egymás mellé egy polcra hat könyvet, ha a piros és a kék könyvet nem szeretnénk egymás mellé rakni. Ezek a könyvek: Rózsaszín, sárga, piros, lila, kék, zöld

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Hat darab számkártyánk van: 1, 2, 3, 4, 5, 6. Hányféle hatjegyű számot tudunk kirakni ezekkel a kártyákkal?

Hat darab számkártyánk van: 7, 7, 8, 8, 8, 8. Hányféle hatjegyű számot tudunk kirakni ezekkel a kártyákkal?

12 darab virágot szeretnénk sorban egymás mellé ültetni. Van köztük 5 piros, 4 sárga és 3 lila. Hányféle lehetőség van?

Ezeknek a számkártyáknak a segítségével nyolcjegyű számokat készítünk: 4, 4, 5, 5, 5, 6, 6, 7

- a) Összesen hány nyolcjegyű szám készíthető?
- b) Hányféle páros nyolcjegyű szám készíthető?

Itt vannak ezek a számjegyek: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.

- a) Hányféle ötjegyű szám készíthető ezekkel a számjegyekkel, ha minden számjegyet csak egyszer használhatunk föl?
- b) Hányféle ötjegyű szám készíthető ezekkel a számjegyekkel, ha minden számjegyet többször is használhatunk?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

1) Öt lány hányféleképpen ülhet le egy kerek asztal köré?

2) Hat különböző szín felhasználásával szeretnénk hat cikkelyből álló esernyőket színezní. A hat szín: piros, sárga, zöld, kék, türkiz és rózsaszín.

- a) Hányféle különböző színezésű esernyő készíthető?
- b) Hány olyan eset van, amikor a piros és a sárga színek egymás mellé kerülnek?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Egy dominókészlet azonos méretű dominókból áll. Minden dominó egyik oldala egy vonallal két részre van osztva. Az egyes részekben elhelyezett pöttyök száma 0-tól 6-ig bármi lehet. Minden lehetséges párosításnak léteznie kell, de két egyforma nem lehet egy készletben. Hány darabból áll egy dominókészlet?

b) Egy állatkert beszerez 4 hím és 5 nőstény oroszlánt, melyeket egy kisebb és egy nagyobb kifutóban kívánnak elhelyezni a következő szabályok mindegyikének betartásával:

- 1) Háromnál kevesebb oroszlán egyik kifutóban sem lehet.
- 2) A nagyobb kifutóba több oroszlán kerül, mint a kisebbikbe.
- 3) Mindkét kifutóban hím és nőstény oroszlánt is el kell helyezni.
- 4) Egy kifutóban sem lehet több hím, mint nőstény.

Hányféleképpen helyezhetik el a 9 oroszlánt a két kifutóban?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A 0, 1, 2, 3, 4, 5 számjegyekből négyjegyű számokat készítünk úgy, hogy bármelyik számjegyet akárhányszor felhasználhatjuk.

- a) Hány négyjegyű szám alkotható?
- b) Hány páros szám alkotható?
- c) Hány 10-zel osztható szám alkotható?

A 0, 1, 2, 3, 4, 5 számjegyekből négyjegyű számokat készítünk úgy, hogy minden számjegyet csak egyszer használhatunk.

- a) Hány négyjegyű szám alkotható?
- b) Hány páros szám alkotható?
- c) Hány 10-zel osztható szám alkotható?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Tíztagú társaság raftingolni indul egy ötszemélyes, egy háromszemélyes és egy kétszemélyes csónakkal.

- a) Hányféleképpen ülhetnek a csónakokba, ha a csónakokon belül a helyek közöt nem teszünk különbséget?
- b) Hányféleképpen ülhetnek be, ha két ember mindenképpen ugyanabban a csónakban szeretne utazni?

Az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 számjegyekből négyjegyű számokat készítünk úgy, hogy egy jegyet csak egyszer használhatunk.

- a) Hány olyan szám keletkezik, amelyben két páros és két páratlan számjegy szerepel?
- b) Hány olyan szám készíthető, amiben szerepel a 9-es számjegy?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)



Hat szín felhasználásával zászlókat készítünk. A hat szín: fehér, piros, sárga, zöld, kék és fekete

a) Hányféle három függőleges sávból álló zászló készíthető, ha a szomszédos sávok nem lehetnek egyforma színűek?

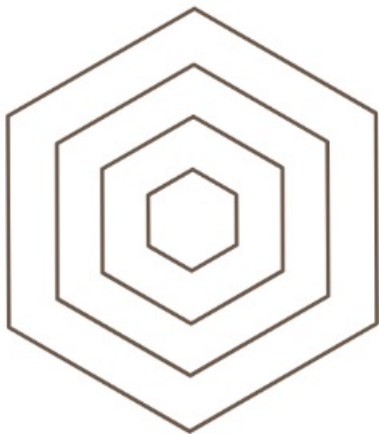
b) Hányféle három függőleges sávból álló zászló készíthető, ha mindegyik sáv más színű?

c) Hányféle három függőleges sávból álló zászló készíthető, ha mindegyik sáv más színű, és szerepel benne a piros szín?

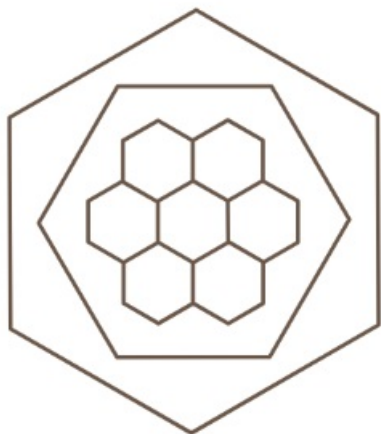
d) Hányféle három függőleges sávból álló zászló készíthető, ha a szomszédos sávok nem lehetnek egyforma színűek, és szerepel benne a piros szín?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy csempét hat különböző színnel szeretnénk kiszínezni úgy, hogy az egymással szomszédos tartományok mindig különböző színűek legyenek. Hányféle színezés lehetséges?



Egy másik csempét három különböző színnel szeretnénk kiszínezni úgy, hogy az egymással szomszédos tartományok mindig különböző színűek legyenek. Hányféle színezés lehetséges?



[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az A, B, C és D pontok egy olyan egyenesre illeszkednek, amely párhuzamos az E, F és G pontokra illeszkedő egyenessel.

- a) Hány olyan különböző egyenes létezik, amely a pontok közül legalább kettőre illeszkedik?
- b) Hány olyan háromszög van, amelynek a csúcsait a 7 pont közül választjuk ki? (Két háromszög különböző, ha legalább az egyik csúcsukban eltérnek egymástól.)

Egy szabályos háromszög egyik oldalát az A és B pontokkal három egyenlő részre osztottuk, a másik oldalát a C, D és E pontokkal négy egyforma szakaszra osztottuk, a harmadik oldalát pedig az F, G, H és I pontokkal öt egyforma részre osztottuk. Hány olyan különböző négyszög van, amelyeknek csúcsai ezek az osztópontok, és az eredeti háromszögnek minden oldalán van legalább egy csúcs?

Helyezzük el a síkon az A, B, C, D, E, F és G pontokat úgy, hogy a pontok közül bármelyik hármat kiválasztva azok egy háromszög három csúcsát alkossák. Hány olyan egyenes van a síkban, amely legalább két ponton átmegy?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Tíz különböző szín felhasználásával hányféle különböző 6 cikkelyből álló esernyő készíthető, ahol

- a) minden cikkely más színű?
- b) két szín ismétlődik felváltva?
- c) az egyik szín kétszer szerepel, de a többi szín csak egyszer?

Öt lány, Hanna, Luca, Léna, Mira és Olívia leülnek egy kerek asztal köré.

- a) Hányféle lehetőség van, ha Luca és Léna mindenképpen egymás mellett akar ülni?
- b) Hány lehetőség van, ha Mira és Olívia nem szeretne egymás mellett ülni?

8 különböző színű gyöngyből hányféle kapocs nélküli nyaklánc készíthető, ahol a piros és a sárga gyöngy egymás mellett van?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy sífutóversenyen 8-an vesznek részt, mindegyikük más-más országból.

- a) A cél előtt nem sokkal már látszik, hogy az utolsó helyen a dán versenyző fog végezni, az első három helyen a svájci, a francia és a norvég fog osztózni, az olasz pedig a negyedik lesz. Hányféleképpen érhetnek célba a versenyzők?
- b) Hányféleképpen érhetnek célba akkor, ha a 8 versenyzőről annyit tudunk, hogy nem a svájci fog nyerni, viszont nem is a svájci az utolsó?
- c) Hányféleképpen érhet célba a 8 versenyző, ha tudjuk, hogy a francia biztosan megelőzi a svájcit, az olasz a harmadik, és a német az utolsó?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy 8 fős baráti társaság vonattal utazik nyaralni. Mivel kicsit későn vették meg a vonatjegyet, olyan hely már nincs, ahol mind a 8-an együtt utazhatnának. Háromfős, kétfős és egyfős helyek vannak még szabadon. Egyedül egyikük sem szeretne utazni, ezért hármas és kettes csoportokban ülnek le a megmaradt helyekre. Hányféleképpen tudnak ilyen csoportokat alkotni?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy 8 fős baráti társaság vonattal utazik nyaralni. Útközben szeretnének beszélgetni, ezért két egymás melletti négyes blokkba szeretnének ülni, ahol asztal is van.

- a) Hányféleképpen tudnak leülni egy kocsin belül?
- b) Hányféleképpen tudnak leülni úgy, hogy Anna és Bálint egymással szemben és ablak mellé üljenek?
- c) Hányféleképpen tudnak leülni úgy, hogy Anna és Bálint egymás mellett, és Anna ablak mellett üljön?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Van öt különböző színű dobókockánk, egy sárga, egy piros, egy kék, egy zöld és egy rózsaszín. Sorban egymás után mindegyik dobókockával egyet dobunk.

- a) Hányféle sorrendben tudunk dobni a kockákkal úgy, hogy nem a piros kockával kezdünk?
- b) Hányféle olyan dobás lehetséges, hogy nem a piros kocka az első és a sárga az utolsó?
- c) Hányféle olyan dobás lehetséges, ahol a dobott pontokat is figyelembe vesszük, az első dobás 4-es, az utolsó dobás pedig a piros kockával történik?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Van 3 kék, 3 zöld, 3 sárga és 3 piros színű dobókockánk. Hányféleképpen tudunk kiválasztani közülük 4 kockát úgy, hogy

- a) pontosan három különböző színű kocka legyen?
- b) pontosan két különböző színű kocka legyen?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy társaságban van 5 férfi és 5 nő. Hányféleképpen tudnak leülni egy kör alakú asztal köré, ha

- a) férfiak és nők felváltva ülnek?
- b) az egyik férfi mindenképpen egy adott nő mellett szeretne ülni?
- c) két ember a társaságban semmiképpen nem szeretne egymás mellett ülni?
- d) férfiak és nők felváltva ülnek és egy férfi semmiképpen nem szeretne egy adott nő mellett ülni.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy nyomozás során egy hattagú társaság (A, B, C, D, E, F) tagjait 3 fős csoportokban hallgatják ki. Minden olyan 3 fős csoport kihallgatását megszervezik, amelyben A és B együtt nincs jelen. Összesen hány ilyen csoportos kihallgatást kell szervezni?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy séf új ízek kitalálásán kísérletezik. Az ételek ízesítéséhez hatféle fűszer áll rendelkezésére: keserű, savanyú, édes, sós, csípős és fanyar. Hányféleképp ízesítheti az ételeket, hogyha a hatból három- vagy négyféle fűszert szeretne használni, de az édes és keserű nem szerepelhet egyszerre?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Hány olyan háromjegyű szám képezhető az 1, 2, 3, 4, 5 számjegyekből, amelyekben csupa különböző számjegyek szerepelnek?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A szóbeli érettségi vizsgán egy osztály 35 tanulója közül az első csoportba öten kerülnek. Hányféle sorrendben felelhet történelemből az 5 kiválasztott diák?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Hányféleképp rendezhetünk sorba 3 kék és 2 piros golyót?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Hány 5-tel osztható ötjegyű szám alkotható a 0, 1, 2, 3, 4, 5 számjegyek felhasználásával?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Hány 4-gyel osztható hétjegyű szám alkotható az 1, 2, 3, 4, 5 számjegyek felhasználásával?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Hányféle különböző számot kaphatunk a 222 335 szám számjegyeinek felcserlésével?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Elemi valószínűségszámítás és eseményalgebra

Legyen az A [esemény](#), hogy páros számot dobunk, a B [esemény](#) pedig, hogy 2-nél nagyobb számot dobunk dobókockával.

Adjuk meg az alábbi események valószínűségeit.

$$A, B, A \cup B, A \cap B, A \setminus B, \bar{A}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Legyen az A [esemény](#), hogy egy dobókockával párosat dobunk, a B [esemény](#) pedig az, hogy 2-nél nagyobbat. Függetlenek-e ezek az események? Kizáróak-e?

b) Egy biztosítónál az ügyfelek 70%-ának van autóbiztosítása, 60%-ának lakásbiztosítása és 90%-uknak a kettő közül legalább az egyik. Legyen az A [esemény](#), hogy egy ügyfélnek van autóbiztosítása, a B [esemény](#) pedig, hogy van lakásbiztosítása. Független-e a két [esemény](#)?

c) Egy másik biztosítónál az ügyfelek 70%-ának van autóbiztosítása és az ügyfelek 20%-a rendelkezik lakásbiztosítással úgy, hogy autóbiztosítása nincsen. Hány százalékuknak van lakásbiztosítása, ha az autó és lakásbiztosítás egymástól független?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Egy városban 1000 emberből átlag 350-en dohányoznak, 120-an rendelkeznek valamilyen keringési problémával és 400-an vannak, akik a kettő közül legalább az egyik csoportba tartoznak. Ha egy lakosnak keringési problémái vannak, mekkora a valószínűsége, hogy dohányzik?

b) A reggeli és esti hírműsorok közül legalább az egyiket egy felmérés szerint a TV nézők 90%-a megnézi. Aki az esti hírműsort nézi 20% eséllyel már reggel is nézett hírműsort. A reggeli hírműsorokat az összes TV néző 30%-a nézi. Mi a valószínűsége, hogy ha valaki reggel néz hírműsort akkor este is?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Egy 52 lapos francia kártyából kihúzzunk 5 lapot. Mi a valószínűsége, hogy az első és a harmadik lap ász lesz?

b) Egy 52 lapos francia kártyából kihúzzunk 5 lapot. Mi a valószínűsége, hogy csak az első és a harmadik lap ász?

c) Egy 52 lapos francia kártyából kihúzzunk 5 lapot. Mi a valószínűsége, hogy a lapok közt két ász lesz?

d) Egy kosárlabdacsapat 9 játékosból áll, közülük öten vannak egyszerre a pályán. Mekkora a valószínűsége, hogy a két legjobb játékos egyszerre van a pályán?

e) Egy kosárlabdacsapat 9 játékosból áll, közülük öten vannak egyszerre a pályán. Mi a valószínűsége, hogy a két legjobb játékos közül csak az egyik van a pályán?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Egy telefon biztonsági kódja 6 számjegyből áll és minden számjegy 0-9 bármi lehet. Mi a valószínűsége, hogy ha nem ismerjük a kódot, akkor elsőre kitaláljuk? A kódok hány százalékában szerepel az 1,2,3,4,5,6 számjegyek közül mindegyik?

b) Egy dominókészlet azonos méretű dominókból áll. Minden dominó egyik oldala egy vonallal két részre van osztva. Az egyes részeken elhelyezett pöttyök száma 0-tól 6-ig bármi lehet. Minden lehetséges párosításnak léteznie kell, de két egyforma nem lehet egy készletben. Hány darabból áll egy dominókészlet?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Két dobókockával egyszerre dobunk. Mi a valószínűsége, hogy

- a) mindkét dobás páros?
- b) legfeljebb az egyik dobás páros?
- c) a dobott pontok szorzata páros?
- d) a dobott pontok összege páros?
- e) a dobott pontok összege legalább 10?
- f) a dobott pontok szorzata 6?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

- a) Öt kockával egyszerre dobunk. Mekkora valószínűséggel lesz mind az öt dobás 1-es?
- b) Öt kockával egyszerre dobunk. Mekkora valószínűséggel nem lesz egyik dobás sem 1-es?
- c) Öt kockával egyszerre dobunk. Mekkora valószínűséggel lesz legalább egy dobás 1-es?
- d) Egy városban 0,2 a valószínűsége annak, hogy egyik nap esik az eső. Mekkora a valószínűsége, hogy egy héten minden nap esik?
- e) Egy vizsga 100 vizsgázóból átlag 26-nak nem sikerül. Egyik nap 12-en vizsgáznak. Mi a valószínűsége, hogy legalább egy vizsgázónak nem sikerül a vizsga?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az ötöslottón 90 darab golyóból húznak ki 5 darabot. A golyók 1-től 90-ig vannak számozva. Mi a valószínűsége, hogy

- a) a legkisebb kihúzott szám a 64?
- b) öt egymás utáni számot húznak ki?
- c) csak páratlan számokat húznak ki?
- d) a kihúzott számok szorzata kettőhatvány?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy dobókockával hatszor dobunk egymás után. Mi a valószínűsége, hogy

- a) egyik dobás sem 1-es?
- b) csak páros számokat dobunk?
- c) mindegyik dobás különböző?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy 20 fős osztályba 8 fiú és 12 lány jár. Kiosztanak közöttük 10 mozijegyet. Mi a valószínűsége, hogy

- a) ugyanannyi fiú kap mozijegyet, mint ahány lány?
- b) csak lányok kapnak mozijegyet?
- c) csak fiúk kapnak mozijegyet?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy síterepen az egyik felvonó végállomásától három sípálya indul. 20 napból a fekete pálya átlagosan 3 nap van zárva lavinaveszély miatt, a kék átlagosan 2 nap, míg a piros átlagosan 4 nap egymástól függetlenül. Mekkora a valószínűsége, hogy

- a) mindhárom pálya nyitva van?
- b) csak a kék pálya van zárva?
- c) a piros pálya nyitva van?
- d) legalább egy pálya nyitva van?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Két dobókockával egyszerre dobunk. Legyen az A [esemény](#), hogy mindkét dobás páros, a B [esemény](#) pedig, hogy a dobott pontok összege hatnál nem nagyobb. Függetlenek-e az események?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

- a) Két dobókockával egyszerre dobunk. Legyen az A [esemény](#), hogy a dobott pontok összege legalább tíz, a B [esemény](#) pedig, hogy a dobott pontok szorzata páros. Függetlenek-e az események?
- b) Két dobókockával egyszerre dobunk. Legyen az A [esemény](#), hogy a dobott pontok összege páros, a B [esemény](#), hogy a dobások egyike sem nagyobb háromnál. Függetlenek-e az események?
- c) Két dobókockával egyszerre dobunk. Legyen az A [esemény](#), hogy a dobott pontok összege páros, a B [esemény](#), hogy a dobott pontok szorzata páros. Függetlenek-e az események?
- d) Két dobókockával egyszerre dobunk. Legyen az A [esemény](#), hogy van páros dobás, a B [esemény](#), hogy a dobott pontok összege négyenél nem nagyobb. Függetlenek-e az események?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Tudjuk, hogy

$$P(A) = 0,6 \quad P(A \cup B) = 0,8 \quad P(A \cap B) = 0,1$$

$$P(B) = ?$$

b) Tudjuk, hogy A és B függetlenek, valamint

$$P(A) = \frac{1}{3} \quad P(A \cup B) = \frac{4}{9}$$

$$P(B) = ? \quad P(\bar{A} \cup \bar{B}) = ?$$

c) Tudjuk, hogy A és B egymást kizáróak, valamint

$$P(A) = \frac{1}{3} \quad P(A \cup B) = \frac{4}{9}$$

$$P(B) = ? \quad P(\bar{A} \cup \bar{B}) = ?$$

d) Tudjuk, hogy $P(A) = 0,4$ és $P(B) = 0,7$. Kizáró-e A és B?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Négy kockával dobunk. Mekkora valószínűséggel dobunk az egyik kockával 4-est, ha a dobott pontok összege 7?

b) Tudjuk, hogy

$$P(A|B) = 0,2 \quad P(A) = 0,4 \quad P(A \cup B) = 0,8$$

$$P(B) = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Tudjuk, hogy

$$P(A) = 0,6 \quad P(A|B) = 0,3 \quad P(B|A) = 0,1$$

$$P(B) = ?$$

b) Tudjuk, hogy

$$P(A|B) = 0,5 \quad P(B|A) = 0,1 \quad P(A \cup B) = 0,9$$

$$P(B) = ?$$

c) Tudjuk, hogy A és B események függetlenek, valamint

$$P(A) = \frac{1}{3} \quad P(A \cup B) = \frac{2}{3}$$

$$P(B) = ? \quad P(\bar{A} \cup \bar{B}) = ?$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Teljes valószínűség tétele és Bayes tétel

a) Egy király úgy szeretné izgalmasabbá tenni az elítélteinek kivégzését, hogy három ládikába helyez 25 arany és 25 ezüst érmét. Ha a kivégzésre szánt célszemély aranyat húz, akkor a várakozással ellentétben mégsem végzik ki, de ha ezüstöt, akkor igen. A király a nagyobb izgalom kedvéért mindig máshogy osztja szét az érméket a ládákban. Egyik alkalommal így:

16 arany	8 arany	1 arany
4 ezüst	12 ezüst	9 ezüst

A kérdés, hogy mekkora esélye van az elítéltnak a megmenekülésre.

b) Egy zöldséges három helyről szerez be almákat. Az első helyről a készlet 20%-át szerzi be, ezek mind jók. A második helyről a 30%-át és itt 5% romlott, de nem baj mert ezt is el tudja adni néhány vak öregasszonynak. A harmadik helyről a maradék 50%-ot szerzi be, és itt 15% romlott. Kiválasztunk egy almát, amiről kiderül, hogy romlott. Mekkora valószínűséggel származik a hármastermelőtől?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy biztosító kétféle autóbiztosítást forgalmaz, normált és sportautóra köthetőt. Normál biztosítást négyszer annyian kötnek, mint sportautóra köthetőt. A normál biztosítást kötők 2%-a balesetezik egy éven belül, míg a sportautósoknál 97% nem balesetezik.

a) Egy biztosítottat kiválasztva mekkora a valószínűsége, hogy balesetezik?

b) Ha belesetezik, mekkora a valószínűsége, hogy sportautóra kötött biztosítása volt?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy betegség kimutatásához szűrővizsgálatot végeznek. A vizsgálat a betegséget az esetek 90%-ában képes kimutatni. Ugyanakkor megesik, hogy tévesen betegnek diagnosztizál olyanokat is, aki egészséges. Ez az esetek 3%-ban fordul elő. A betegség a lakosság 35%-át érinti. Egy lakosról a teszt elvégzése során kiderül, hogy egészséges. Mi a valószínűsége, hogy valóban az?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy kereskedő 3 termelőtől szerez be almákat. A vásárolt mennyiség 45%-a az első termelőtől származik, ennek fele első osztályú. A második termelőtől az összes mennyiség 35%-át szerzi be, ennek 70%-a első osztályú, míg a harmadik termelő csak első osztályú árút szállított.

Kiválasztunk egy almát és az nem első osztályú. Mennyi a valószínűsége annak, hogy a második termelőtől származik?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy biztosító három irodájában autóbiztosítással rendelkező ügyfelek száma 100, 150 és 250, közülük rendre 70%, 60% és 55% a következő évre megújítja biztosítását.

a) Egy ügyfelet véletlenszerűen kiválasztva mekkora valószínűséggel újítja meg a biztosítást?

b) Ha egy ügyfél megújítja a biztosítását mekkora valószínűséggel tartozik az első irodához?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy üzletbe három helyről szállítanak egy terméket, amelynek 2%-a selejtes. A második helyről kétszer annyi terméket szállítanak, mint az elsőtől. A selejtarány az első helyről származóknál 4%, a másodiknál 2%, míg a harmadiknál minden századik termék selejtes. Egy terméket véletlenszerűen kiválasztva, mi a valószínűsége, hogy azt a harmadik helyről szállították?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy üzemben három műszakban állítanak elő egy terméket aminek a 2%-a selejtes. Az első műszak kétszer annyi terméket állít elő, mint a második. A selejtek aránya az első műszakban 2%, a másodiknál 4%, míg a harmadiknál 1%.

Egy terméket kiválasztva mekkora valószínűséggel készítette a harmadik műszak?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A következő táblázat az autóvezetők életkor szerinti éves baleseti statisztikáit tartalmazza. Ha egy adott évben az autóvezető nem okozott balesetet mekkora a valószínűsége, hogy 50 évnél idősebb?

életkor	baleset okozás valószínűsége	%-os megoszlás az összes autóvezető közül
-30	0,06	20%
31-50	0,02	45%
51-	0,04	35%

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy üzemben három műszakban folyik a termelés. A reggeli műszak 4.00-tól 12.00-ig tart és itt 4% esély van a gépsor meghibásodására. A délutáni műszakban, ami 12.00-tól 18.00-ig tart 5% eséllyel történik meghibásodás, míg az esti műszakban, ami 18.00-tól éjfélig tart a meghibásodás esélye 7%. Mekkora a valószínűsége, hogy ha egy nap pontosan egy meghibásodás történik, akkor az a délelőtti műszakban van?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy alkatrészt száz darabos tételekben szállítanak. Az egyes tételekben azonos arányban fordul elő három, kettő és egy hibás alkatrészt tartalmazó. Mennyi a valószínűsége annak, hogy egy tételből 2 alkatrészt véletlenszerűen kiválasztva mindkettő hibátlan lesz?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy vizsgán a hallgatók 60%-a első éves, 30%-uk másodéves, a többiek felsőbb évesek. Annak a valószínűsége, hogy egy hallgató vizsgán elért eredménye legalább közepes, rendre $\frac{6}{25}$, $\frac{9}{20}$, és $\frac{3}{5}$. Ha egy találmásra kiválasztott hallgató eredménye közepesnél gyengébb, akkor mennyi a valószínűsége annak, hogy az illető első éves?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy terméket 50 darabos csomagolásban szállítanak. Ismert, hogy a csomagok egynegyede egy hibásat, másik negyede két hibásat tartalmaz, míg a többiben nincs hibás. Egy találmásra kiválasztott csomagból kiveszünk 2 terméket. Mennyi annak a valószínűsége, hogy mindkettő hibátlan?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy bizonyos készüléket 10-10 darabos tételben szállítanak. A tételek fele csupa hibátlan készüléket tartalmaz, a többi között azonos eséllyel található 1 vagy 2 hibást tartalmazó tétel. Két készüléket kiválasztunk egy tételből és mindkettőt hibátlannak találjuk. Mennyi a valószínűsége annak, hogy olyan tételből választottunk, amelyben 2 hibás volt?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Mintavételek típusai

- a) Van egy dobókocka, aminek 3 oldala kék, 2 oldala sárga és 1 pedig piros. Nézzük meg, mekkora a sansza, hogy 4 dobásból 2 sárga.
- b) Van egy dobókocka, aminek 3 oldala kék, 2 oldala sárga és 1 pedig piros. Mennyi annak a valószínűsége, hogy 4 dobásból 1 piros.
- c) Egy dobozban van 3 kék, 2 sárga és 1 piros labda. Kiveszünk a dobozból 4 labdát. Mi a valószínűsége, hogy 1 sárga?
- d) Egy dobókocka 3 oldala kék, 2 oldala sárga és 1 oldala piros. Egymás után 4-szer dobunk a kockával. Mi a valószínűsége, hogy 1 sárga?
- e) Egy bárban 100-an vannak, közülük 60-an lányok. A vendégek közül kiválasztunk 10 embert. Mi a valószínűsége, hogy 7 lány?
- f) Egy bárban a vendégek 60%-a lány. A vendégek közül kiválasztunk 10 embert. Mi a valószínűsége, hogy 7 lány?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy üzlet a következő 20 napból 3 nap zárva tart. Kiválasztunk 5 napot, mi a valószínűsége, hogy 3 nap lesz nyitva?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy bizonyos hónap 30 napjából átlag 12 nap szokott esni. Mi a valószínűsége, hogy egy héten három nap esik?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy vizsgán a hallgatóknak általában 60%-a megbukik. Egy nap 10-en vizsgáznak, mi a valószínűsége, hogy

- a) legfeljebb 2-en mennek át?
- b) legalább 2-en mennek át?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy rádióteleszkóp-rendszer a Föld 8 különböző pontján elhelyezett teleszkópból áll. A rendszer üzemképes, ha legalább 6 teleszkóp egyszerre működik. A kedvezőtlen időjárási körülmények miatt egy adott napon 0,2 annak a valószínűsége, hogy egy teleszkóp épp nem működik.

- a) Mi a valószínűsége, hogy egy adott napon a rendszer üzemképes?
- b) Mi a valószínűsége, hogy egy héten kevesebb, mint 3 nap üzemképes a rendszer?
- c) Egy héten várhatóan hány nap üzemképes a rendszer?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

I.) Egy könyvárus óránként átlag 8 könyvet tud eladni. Mekkora a valószínűsége, hogy 5 óra alatt elad legalább 50 darabot? Adjunk erre becslést a Markov-egyenlőtlenséggel.

II.) Egy autópályán 100 autóból átlag 12-nél találnak valamilyen szabálytalanságot. 10 autót véletlenszerűen megállítva, mi a valószínűsége, hogy

- a) pontosan két autónál lesz valamilyen szabálytalanság?
- b) legfeljebb két autónál lesz szabálytalanság?
- c) legalább két autónál lesz szabálytalanság?
- d) két egymást követő autó szabálytalan?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy közvélemény-kutatás során átlagosan minden ötödik ember hajlandó válaszolni a kérdésünkre. Az egyes emberek válaszadási hajlandósága független egymástól. 100 embert megkérdezve...

- a) Mennyi a valószínűsége, hogy pontosan 30 választ kapunk?
- b) Mennyi a valószínűsége, hogy a 10. megkérdezett ember lesz az első válaszadó?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A légitársaságok általában több jegyet adnak el egy járatra, mint ahány hely a gépen ténylegesen van, mert mindig van néhány utas, aki végül betegség, késés vagy egyéb ok miatt nem száll föl a gépre. Ezt a jelenséget túlfoglalásnak nevezik. Egy légitársaság a 180 férőhelyes gépre 183 darab jegyet szokott eladni. Annak valószínűsége, hogy egy jeggyel rendelkező utas végül mégsem jelenik meg az indulásig 0,04. Mekkora a valószínűsége, hogy egy utazás alkalmával a túlfoglalás miatt van olyan utas, aki nem fér fel a gépre?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Valószínűségi változó, várható érték, szórás

Egy céltábla sugara 50 cm. Azt a távolságot, hogy ilyen távol lövünk a céltábla középpontjától, jelöljük X -szel. Tegyük föl, hogy a céltáblát biztosan eltaláljuk.

a) $P(X < 10) = ?$

b) $P(X < 20) = ?$

c) $P(X < x) = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

3 darab 10 dollárossal befektetési terveink vannak, egy rulett segítségével. A terv a következő: felteszünk 10 dollárt a pirosra. Ha nyer, akkor megdupláztuk a 10 dollárt és abbahagyjuk a játékot. Namost, ha veszít, akkor újabb 10 dollárt teszünk a pirosra, és ha ezúttal nyerünk, akkor szintén abbahagyjuk a játékot. Ha másodszorra sem nyerünk, akkor az utolsó 10 dollárt is felrakjuk a pirosra. A kérdés az, várhatóan mennyi pénzünk lesz a tranzakció végén.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy magasugró versenyen a versenyzők 0,8 valószínűséggel ugorják át a léceket. Minden versenyző háromszor próbálkozhat. Mivel könnyen megeshet, hogy nem rajongunk a magasugró versenyekért, így nem teljesen alaptalan az a kérdés, hogy 12 versenyző esetén várhatóan hány ugrást kell megtekintenünk.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Egy dobókockával dobunk. Mennyi a dobott számok várható értéke és szórása?

b) Két dobókockával dobunk. Mennyi a dobott számok összegének várható értéke és szórása?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Elemér és Huba egy dobókocka játékot játszanak. Huba annyi dollárt ad Elemérnek, amennyi a dobott szám kétszerese, Elemér pedig annyit ad Hubának, amennyi a dobott szám négyzete. Melyikünk kedvez a játék?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az ötös lottón, egy hasábon 5 számot kell beikszelnünk 1-től 90-ig. Ha nulla vagy egy számot találunk el, akkor nem nyerünk semmit. Két találat esetén a nyeremény 700 Ft, hármas találatnál 10 ezer Ft, négyes esetén 789 ezer Ft, az ötös pedig 535 millió Ft-ot fizet. Mennyi a nyereményünk várható értéke?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Két kockával dobva mennyi a dobott számok nem nagyobbikának várható értéke?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Két kockával dobva mennyi a dobott számok nem nagyobbikának várható értéke?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy magasugró versenyen a versenyzők 0,8 valószínűséggel ugorják át a lécet. Minden versenyző háromszor próbálkozhat. Mivel könnyen megeshet, hogy nem rajongunk a magasugró versenyekért, így nem teljesen alaptalan az a kérdés, hogy 12 versenyző esetén várhatóan hány ugrást kell megtekintenünk.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

- a) Egy úton 30 nap alatt 12 napon történt baleset. Ebből a 30 napból kiválasztunk egy hetet, mi a valószínűsége, hogy ezen a héten 2 balesetes nap van?
- b) Egy úton 30 napból átlag 12 balesetes nap van. Mi a valószínűsége, hogy egy adott héten 2 balesetes nap van?
- c) Egy úton 30 nap alatt átlag 12 baleset történik. Mi a valószínűsége, hogy egy adott héten 2 baleset van?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy bankba óránként átlag 24 ügyfél érkezik.

- a) Mi a valószínűsége, hogy 7 perc alatt éppen 2-en érkeznek?
- b) Mi a valószínűsége, hogy 7 perc alatt legfeljebb 2-en érkeznek?
- c) Mi a valószínűsége, hogy 5 perc alatt legalább 2-en érkeznek?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Lineáris algebra

Végezzük el az alábbi műveleteket.

a) $3 \cdot \begin{pmatrix} 5 & 7 & -2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg az alábbi [mátrixok](#) transzponált mátrixait!

a) $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 1 & 4 & 1 \\ 2 & 5 & 7 \end{pmatrix}$

b) $B = \begin{pmatrix} 5 & 7 & -2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

c) $C = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 7 \\ 1 & 4 & 2 \\ 7 & 2 & 6 \end{pmatrix}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi műveleteket.

a) $3 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi két vektor által bezárt szöget.

$\underline{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Döntsük el, hogy az alábbi [vektorok](#) lineárisan függetlenek vagy összefüggők.

$\underline{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{v}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \underline{v}_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Döntsük el, hogy az alábbi [vektorok](#) lineárisan függetlenek vagy összefüggők.

$\underline{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \underline{v}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \underline{v}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Töltsük ki az alábbi táblázatot.

vektorok száma	megadható-e ennyi vektor úgy, hogy független legyen $\mathbb{R}^3$ -ban	megadható-e ennyi vektor, hogy generátor-rendszer legyen $\mathbb{R}^3$ -ban
1		
2		
3		
4		
5		

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Legyen $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c} \in \mathbb{R}^n$ vektorok. Az alábbi állítások közül melyik igaz?

- a) Ha $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ lineárisan független, akkor $\underline{a} + \underline{b} + \underline{c}, \underline{b} + \underline{c}, \underline{c}$ is lineárisan független.
- b) Ha $\underline{a} + \underline{b} + \underline{c}, \underline{b} + \underline{c}, \underline{c}$ generátor-rendszer, akkor $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ is az.
- c) Ha $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ lineárisan független, akkor $\underline{a} - \underline{b}, \underline{b} - \underline{c}, \underline{c} - \underline{a}$ is lineárisan független.
- d) Ha $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ lineárisan független, akkor $\underline{a} - \underline{b}, \underline{b} - \underline{c}$ is lineárisan független.
- e) Ha $\underline{a} - \underline{b}, \underline{b} - \underline{c}$ lineárisan független, akkor $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ is lineárisan független.
- f) Ha $\underline{a} - \underline{b}, \underline{b} - \underline{c}$ generátor-rendszer, akkor $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ is az.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

- a) Bontsuk fel a $\underline{v}$ vektort az $\underline{a}, \underline{b}$ és $\underline{c}$ vektorokkal párhuzamos komponensekre.

$$\underline{v} = \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \underline{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\underline{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- b) Egy síkban vannak-e az $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ vektorok?

$$\underline{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \underline{c} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -4 \end{pmatrix}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert.

$$x_1 + 2x_2 + x_3 = 8$$

$$2x_1 + x_2 - x_3 = 1$$

$$2x_1 - x_2 + x_3 = 3$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert bázis transzformációval.

$$x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 4$$

$$x_1 - x_3 + x_4 = 2$$

$$2x_2 + x_4 = 8$$

$$x_1 + x_4 = 5$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert Gauss eliminációval.

$$x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 4$$

$$x_1 - x_3 + x_4 = 2$$

$$2x_2 + x_4 = 8$$

$$x_1 + x_4 = 5$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszereket a bázis transzformáció segítségével.

a)

$$x_1 + x_2 + x_3 = 3$$

$$2x_1 + x_2 = 2$$

$$3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5$$

b)

$$x_1 + x_2 + x_3 = 3$$

$$2x_1 + x_2 = 2$$

$$3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszereket a Gauss elimináció segítségével.

a)

$$x_1 + x_2 + x_3 = 3$$

$$2x_1 + x_2 = 2$$

$$3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5$$

b)

$$x_1 + x_2 + x_3 = 3$$

$$2x_1 + x_2 = 2$$

$$3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert bázis transzformáció segítségével.

$$2x_1 - x_4 = 4$$

$$2x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 1$$

$$8x_1 - 2x_2 + 6x_3 = 6$$

$$2x_1 + 2x_2 + 6x_3 - 5x_4 = 2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert a Gauss elimináció segítségével.

$$2x_1 - x_4 = 4$$

$$2x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 1$$

$$8x_1 - 2x_2 + 6x_3 = 6$$

$$2x_1 + 2x_2 + 6x_3 - 5x_4 = 2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az α és β paraméterek milyen értékeire lesz nulla darab, egy darab illetve végtelen sok megoldása a következő egyenletrendszernek? A feladatot a bázis transzformáció segítségével oldjuk meg.

$$x_1 + x_2 + x_3 = 4$$

$$2x_1 + x_2 + x_3 = 5$$

$$x_1 + 2x_2 + \alpha x_3 = \beta$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az α és β paraméterek milyen értékeire lesz nulla darab, egy darab illetve végtelen sok megoldása a következő egyenletrendszernek? A feladatot a Gauss elimináció segítségével oldjuk meg.

$$x_1 + x_2 + x_3 = 4$$

$$2x_1 + x_2 + x_3 = 5$$

$$x_1 + 2x_2 + \alpha x_3 = \beta$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az α , β és γ paraméterek milyen értékeire lesz nulla darab, egy darab illetve végtelen sok megoldása a következő egyenletrendszernek? (Oldjuk meg bázis transzformációval)

$$x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = \beta$$

$$x_2 + 2x_3 + x_4 = 1$$

$$2x_2 + 4x_3 + \gamma x_4 = 4$$

$$3x_2 + 6x_3 + 3x_4 = \alpha$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az α , β és γ paraméterek milyen értékeire lesz nulla darab, egy darab illetve végtelen sok megoldása a következő egyenletrendszernek? (Oldjuk meg a Gauss elimináció segítségével)

$$x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = \beta$$

$$x_2 + 2x_3 + x_4 = 1$$

$$2x_2 + 4x_3 + \gamma x_4 = 4$$

$$3x_2 + 6x_3 + 3x_4 = \alpha$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Bázis transzformáció segítségével számítsuk ki a

$$\underline{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{v}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\underline{v}_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \underline{v}_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

vektorokból álló vektorrendszer rangját, illetve állapítsuk meg, hogy előállítható-e segítségükkel az $\underline{a}$ és $\underline{b}$ vektor.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

A Gauss elimináció segítségével számítsuk ki a

$$\underline{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{v}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\underline{v}_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \underline{v}_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

vektorokból álló vektorrendszer rangját, illetve állapítsuk meg, hogy előállítható-e segítségével az $\underline{a}$ és $\underline{b}$ vektor.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az $\underline{a}_1, \underline{a}_2, \underline{a}_3$ független [vektorok](#), és

$$\underline{v}_1 = \underline{a}_1 - 2\underline{a}_2 + \underline{a}_3$$

$$\underline{v}_2 = \underline{a}_1 + \underline{a}_3$$

$$\underline{v}_3 = 3\underline{a}_1 + 2\underline{a}_2 + \underline{a}_3$$

Mekkora a $\underline{v}_1, \underline{v}_2, \underline{v}_3$ vektorrendszer rangja, illetve előállítható-e velük a $\underline{b} = \underline{a}_1 + 2\underline{a}_2 + \underline{a}_3$ vektor?

Számításainkat a bázis transzformáció segítségével végezzük.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az $\underline{a}_1, \underline{a}_2, \underline{a}_3$ független [vektorok](#), és

$$\underline{v}_1 = \underline{a}_1 - 2\underline{a}_2 + \underline{a}_3$$

$$\underline{v}_2 = \underline{a}_1 + \underline{a}_3$$

$$\underline{v}_3 = 3\underline{a}_1 + 2\underline{a}_2 + \underline{a}_3$$

Mekkora a $\underline{v}_1, \underline{v}_2, \underline{v}_3$ vektorrendszer rangja, illetve előállítható-e velük a $\underline{b} = \underline{a}_1 + 2\underline{a}_2 + \underline{a}_3$ vektor?

Számításainkat a Gauss elimináció segítségével végezzük.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk ki az alábbi [mátrix](#) inverzét a bázis transzformáció segítségével.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk ki az alábbi [mátrix](#) inverzét a Gauss elimináció segítségével.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk ki az alábbi [mátrix](#) inverzeit a bázis transzformáció segítségével.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk ki az alábbi [mátrix](#) inverzeit a Gauss elimináció segítségével.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi [mátrixok](#) determinánsait.

a) $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}$

b) $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 4 \\ 3 & 1 & 7 \\ 4 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi [mátrix](#) determinánsát.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 & 1 \\ 4 & 3 & -2 & -5 \\ -4 & -1 & 5 & 7 \\ 6 & 6 & 3 & -4 \end{pmatrix}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számítsuk ki az alábbi [mátrixok](#) determinánsait.

$$\text{a) } A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 2 & 1 \\ 6 & 5 & 5 & 8 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 1 \\ 4 & 6 & 9 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & 1 \\ 6 & 5 & 5 & 8 \end{pmatrix}$$

$$\text{c) } A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 1 \\ 4 & 6 & 9 & 2 \\ 2 & 6 & 4 & 2 \\ 6 & 5 & 5 & 8 \end{pmatrix}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Az alábbi mátrixnak milyen p paraméter esetén létezik inverze, milyen p paraméterre lesz a determinánsa éppen 0, illetve milyen p paraméterre lesz az $A \cdot \underline{x} = \underline{0}$ egyenletrendszernek végtelen sok megoldása.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & p \end{pmatrix}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert a Cramer-szabály segítségével.

$$3x_1 + 2x_2 - x_3 = 4$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 7$$

$$2x_1 + x_2 + 2x_3 = 10$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Függvények

Ábrázoljuk az alábbi függvényeket.

a) $f(x) = (x - 3)^2$

b) $f(x) = (-x - 2)^2$

c) $f(x) = (x - 4)^2 - 3$

d) $f(x) = \sqrt{x - 3} + 2$

e) $f(x) = -\sqrt{x}$

f) $f(x) = \sqrt{-x}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Ábrázoljuk a következő függvényeket.

a) $f(x) = (x - 3)^2$

b) $f(x) = x^2 - 3$

c) $f(x) = (x - 4)^2 - 8$

d) $f(x) = (x + 2)^2 - 4$

e) $f(x) = 2 \cdot x^2$

f) $f(x) = 3 \cdot (x - 4)^2 - 5$

g) $f(x) = (-x + 3)^2 - 8$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Ábrázoljuk az alábbi függvényeket.

a) $f(x) = x^2 - 6x + 7$

b) $f(x) = x^2 + 5x + 6$

c) $f(x) = 3x^2 - 12x + 9$

d) $f(x) = -2x^2 + 2x - 12$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Ábrázoljuk a következő függvényeket.

$$f(x) = x^2$$

$$f(x) = x^3$$

$$f(x) = x^4$$

$$f(x) = x^5$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Ábrázoljuk az alábbi függvényeket.

$$\text{a) } f(x) = \sqrt{x-5}$$

$$\text{b) } f(x) = \sqrt{6-2x}$$

$$\text{c) } f(x) = -\sqrt{3x+6}$$

$$\text{d) } f(x) = \sqrt{2x-4} + 3$$

$$\text{e) } f(x) = \sqrt{4x-12} + 1$$

$$\text{f) } f(x) = \sqrt{4-2x} - 3$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Ábrázoljuk az alábbi függvényeket.

$$\text{a) } f(x) = |x-5|$$

$$\text{b) } f(x) = |7-x|$$

$$\text{c) } f(x) = |6-2x|$$

$$\text{d) } f(x) = |x+5| - 3$$

$$\text{e) } f(x) = |3x-12| + 1$$

$$\text{f) } f(x) = 2 - |4-2x|$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Ábrázoljuk az alábbi függvényeket.

$$\text{a) } f(x) = |x^2-4|$$

$$\text{b) } f(x) = |x^2-5x|$$

$$\text{c) } f(x) = ||x|-3|$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Ábrázoljuk az alábbi függvényeket.

a) $f(x) = \frac{1}{x-3}$

b) $f(x) = \frac{x+3}{x-2}$

c) $f(x) = \frac{2x+5}{x+3}$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Ábrázoljuk az alábbi függvényeket.

a) $f(x) = 3^{x-5}$

b) $f(x) = 3^{x-2} + 3$

c) $f(x) = -2^{x-3} + 4$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Ábrázoljuk az alábbi függvényeket.

a) $f(x) = e^{x-5}$

b) $f(x) = e^{x-2} + 3$

c) $f(x) = -e^{x-3} + 4$

d) $f(x) = e^{3-x} + 3$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriválás

Deriváljuk az alábbi függvényeket.

a) $(5 \cdot x^3)' = ?$

b) $\left(\frac{x^5}{7}\right)' = ?$

c) $(x^2 + \ln x)' = ?$

d) $(x^3 \cdot \ln x)' = ?$

e) $\left(\frac{x^2}{\ln x}\right)' = ?$

f) $\left(\frac{5}{x^3+2}\right)' = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényeket.

a) $(\sin(x^6 + x^2))' = ?$

b) $((3^x + \ln x)^4)' = ?$

c) $(5^{x^3+x})' = ?$

d) $(\ln(x^4 + x^2))' = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi feladatokat:

a) Mi lesz az $f(x) = x^2 + 5x - 7$ függvények a deriváltja az $x_0 = 2$ -ben?

b) Mi lesz az $f(x) = x^3 + 2x^2 - 3x - 1$ függvények a deriváltja az $x_0 = 1$ -ben?

c) Mi lesz az $f(x) = -4x^2 + 5x$ függvények a deriváltja az $x_0 = -3$ -ban?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Oldjuk meg az alábbi feladatokat:

- a) Keressük annak az érintőnek az egyenletét, ami az $f(x) = 2x^3 + 1$ függvényt az $y_0 = 55$ pontban érinti.
- b) Keressük annak az érintőnek az egyenletét, ami az $f(x) = x^2 - x + 4$ függvényt egy olyan pontban érinti, aminek x koordinátája negatív, y koordinátája 24.
- c) Keressük annak az érintőnek az egyenletét, amely érinti az $f(x) = x^4 + 5x + 12$ függvényt és párhuzamos az $y = -27x + 1$ egyenessel.
- d) Keressük annak az érintőnek az egyenletét, ami az $f(x) = 2e^{x-4} + 5$ függvényt az $y_0 = 7$ pontban érinti.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = x^4 - 4x^3$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = x^3 - 3x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

- a) Egy részvény árfolyamának napi alakulását az alábbi függvény adja meg reggel nyolc és este hat óra között, ahol a nap x -edik órájában az árfolyam ezer dollárba megadva

$$f(x) = (x - 12)^2 e^{-\frac{x}{2}} + 10 \quad 8 \leq x \leq 18$$

Mekkora volt a nyitási és zárási árfolyam? A nap melyik órájában volt az árfolyam minimális, illetve maximális?

- b) Egy termék keresleti függvénye

$$f(x) = 10^6 \frac{1}{100 + x^2}$$

ahol x termék egységárát jelöli. Milyen egységár esetén maximális az árbevétel?

- c) Egy termék fajlagos nyeresége dollárban megadva

$$\pi(x) = e^{\frac{-x^2}{2}} + 2$$

ahol x a hetente eladott mennyiséget jelenti 1000 darabban.

Milyen eladási szám esetén optimális a heti teljes nyereség?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = 4xe^{6-x}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = \frac{2x}{(3+x)^2}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = x \cdot e^{\frac{-1}{x}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \frac{3x}{(4-x)^2}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \frac{3x}{\sqrt{e^x+1}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \frac{\lg 3x+e^2}{\sqrt[3]{4-x}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \frac{e^{4x} - \sqrt[7]{x^4}}{\ln(4-2x)+7}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = (x^5 - 4^x) \left(\ln x - \sqrt[6]{x^7} \right)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \ln^3 x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = 5^{x^3+5x^4-7x}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \ln \frac{x^5 - 2^x}{\sqrt[4]{x-6} + e^2}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \ln \sqrt[3]{\frac{x^4 - e^x}{5^{2x-4} - \ln \pi}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \frac{e^{4x} - \sqrt[7]{x^4}}{\ln(4-2x) + 7}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \left(\frac{5^x + \ln x}{\sqrt{1-x} + x^6} \right)^4$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \sqrt[5]{\left(\ln x - 5^{6-2x} + (4x+5)^3 - x \right)^4}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{(x^5 - \ln(x^3 + x) - 6^{3-x} + \sqrt{\pi})^7}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \frac{5}{\sqrt[3]{6x^5 - \lg(3 - 2x) - 2^{4-x}}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \lg \frac{7x^4 + 2^x}{\sqrt{3} + \sqrt[4]{x}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \frac{7^{2x+3} - 4x^3}{5 \ln x + \sqrt[4]{x^7 + x}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \frac{\log_{\sqrt{3}} x + e^{8-5x}}{7 + \sqrt[3]{1 + 2x^4 + x^8}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = (5^x + \lg(9x^2 - 1)) \left(\sqrt[5]{(6-x)^2} + 4e^x \right)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \sqrt{\frac{6^x + \lg x}{\ln 2 + 3x^8}}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Deriváljuk az alábbi függvényt.

$$f(x) = \sqrt[7]{5-3x} \cdot (e^{x^2+x} + 4\lg x)$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Függvényvizsgálat & szélsőérték-feladatok

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = x^4 - 4x^3$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = x^3 - 3x$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Határozzuk meg az a, b, c valós paramétereket úgy, hogy az $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 28$ függvénynek $x = 2$ -ben zérushelye, $x = -4$ -ben lokális maximumhelye, $x = -1$ -ben pedig inflexiós pontja legyen!

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy 33x18 cm-es kartonlapból téglatest alakú dobozt készítünk. A doboz kiterített hálójá és méretei itt láthatóak.

- a) Mekkora a doboz térfogata, ha $a = 7$ cm?
- b) Hogyan kell megválasztani az a, b, c élek hosszát ahhoz, hogy a doboz térfogata maximális legyen?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = 2x^6 - 6x^4 + \sqrt{37}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = x^3 + 3x^2$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = x^4 - 18x^2 + 17$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el a teljes függvényvizsgálatát az alábbi függvénynek.

$$f(x) = x^3 - 5x^2 + 3x - 7$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Normális eloszlás

- a) Egy üzlet napi forgalma közelítőleg normális eloszlású [valószínűségi változó](#). A vásárlók átlagos száma 568 fő, a szórás 16 fő. Mekkora valószínűséggel lesz egy adott napon a vevők száma legfeljebb 600 fő?
- b) Egy határátkelőhelyen a várakozási idő normális eloszlású [valószínűségi változó](#), 18 perc várható értékkel. Annak valószínűsége, hogy az átkelésig legfeljebb 6 percet kell várni $1 - \Phi(2,4)$. Mekkora a valószínűséggel tart legalább 20 percig a várakozás? Mekkora a valószínűsége, hogy 10 percnél több, de 20 percnél kevesebb ideig kell várni?
- c) Egy palackozó üzemben 1 literes ásványvizet töltenek, közelítőleg normális eloszlással. Annak valószínűsége, hogy az üvegbe töltött víz a várhatótól legfeljebb 25 milliliterrel eltér $2\Phi(2) - 1$. Mekkora a szórás?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy iskolában a tanulók magasságának eloszlása normális, 12 cm szórással. Annak a valószínűsége, hogy egy tanuló 144 cm-nél alacsonyabb 0,159. Mekkora a valószínűsége, hogy egy tanuló legalább 180 cm?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy teszt megírására 90 perc áll rendelkezésre, a megírási idő normális eloszlású [valószínűségi változó](#) 65 perc várható értékkel és 10 perc szórással. Mekkora valószínűséggel végez valaki kevesebb, mint háromnegyed óra alatt?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy palackozó üzemben 1 literes gyümölcsleveket töltenek, közelítőleg normális eloszlással. Annak valószínűsége, hogy az üvegbe töltött gyümölcslé a várhatótól legalább 25 milliliterrel eltér 0,0456. Mekkora a szórás?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy méteráru kiskereskedés által naponta eladott szövet hossza normális eloszlású [valószínűségi változó](#) 45m várható értékkel és 5m szórással. Mi a valószínűsége, hogy valamely nyitvatartási napon az eladott szövet hossza a 40 métertől 10 méternél nagyobb mértékben tér el?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy repülőtér átlagos napi forgalma 124 000 utas, a szórás 10 000, és a forgalom normális eloszlásúnak tekinthető.

a) Mekkora a valószínűsége, hogy az utasok száma egy adott napon a várhatótól legfeljebb a szórás kétszeresével tér el?

b) Adjunk becslést erre a valószínűségekre!

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy áruház átlagos havi forgalma 100 000 vevő, a szórás 10 000, és a vevők száma normális eloszlásúnak tekinthető.

- a) Mekkora a valószínűsége, hogy a vevők száma egy adott napon a várhatótól legfeljebb 20%-kal tér el?
b) Adjunk becslést erre a valószínűségre!

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy csomagoló üzemben 900g-os üvegekbe töltenek mézeket.

- a) Legfeljebb mekkora szórást engedhetünk meg, ha az üvegekbe töltött méz mennyisége normális eloszlású [valószínűségi változó](#) és annak valószínűsége, hogy egy üvegben a méz mennyisége nem 890g és 910g közé esik legfeljebb 0,1096 valószínűségű lehet?
b) Adjunk becslést a Csebisev-egyenlőtlenség segítségével!

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy üvegbe töltött folyadék mennyisége normális eloszlású [valószínűségi változó](#) 1 liter várható értékkel.

- a) Mekkora a szórás, ha annak a valószínűsége, hogy a folyadék mennyisége 990ml-nél kevesebb $1 - \Phi(2)$?
b) Mi a valószínűsége, hogy egy 12 üveget tartalmazó csomagban legalább 2 üveg tartalma legfeljebb 990ml?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy csomagolóüzemben 500g-os konzerveket töltenek 2g szórással. Mekkora a valószínűsége, hogy egy 20 darabos csomagban legalább 18 konzerv 494 és 506 gramm közé esik?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Valamely üzletben a vásárlók száma jó közelítéssel normális eloszlású [valószínűségi változó](#). Öt nyitvatartási napból átlagosan egyszer szokott előfordulni, hogy a vásárlók száma kevesebb, mint 40. Mekkora a vásárlók átlagos száma, ha a szórás 12?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Egy palackozó üzemben 1,5 literes ásványvizet töltenek, közelítőleg normális eloszlással. Annak valószínűsége, hogy az üvegbe töltött ásványvíz a várhatótól legfeljebb 24 milliliterrel tér el $2\Phi(3) - 1$. Mekkora a szórás?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Többszörös deriválás

Deriváljuk a következő függvényeket.

a) $f(x, y) = x^5 + y^6 + xy^3 - x^3y^4 + 12$

b) $f(x, y) = x^4 + y^2 + 2xy^6 - x^3y^4$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvény lokális szélsőérték helyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvények lokális szélsőérték helyeit és nyeregpontjait.

a) $f(x, y) = x^4 + y^4 - 4xy$

b) $f(x, y) = e^{x-2} - x + \ln(y^2 + 1)$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvények feltételes szélsőérték helyeit.

a) $f(x, y) = xy + 12$, a feltétel: $x^2 + y^2 = 8$

b) $f(x, y) = 12 - x^2 - y^2$, a feltétel: $x - y - 4 = 0$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Adjuk meg az $f(x, y) = x^3 - x^2y^4 + 4y^3$ függvény $(2, 1)$ pontbeli érintő síkjának egyenletét!

b) Milyen α paraméter esetén halad át a $P(0, 1, 1)$ pontban az $f(x, y) = \ln(\alpha \cdot x + y^2) + ye^x$ függvényhez húzott érintő az $R(1, 0, 1)$ ponton?

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk ki az $f(x, y) = x^4 - x^2y^3 + \ln x$ iránymenti deriváltját a $\underline{v} = (3, 4)$ irány szerint az $(1, 2)$ pontban.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Adjuk meg az $e^x + y^2 = x^3 + \ln y$ implicit függvény deriváltját!

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = 2x + 2y + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = x^2 + y^2 + \frac{1}{x^2 \cdot y^2}$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Keressük a következő függvény lokális szélsőértékhelyeit és nyeregpontjait.

$$f(x, y) = (x^2 - 6x) \cdot (y^2 - 4y) \quad x, y > 0$$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Integrálás

Végezzük el az alábbi feladatokat.

a) $f(x) = 2x$ $F(x) = \int f(x) dx = ?$

b) $f(x) = x^2$ $F(x) = \int f(x) dx = ?$

c) $\int_0^1 x^2 dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi integrálásokat.

a) $\int (4x + 3)^7 dx = ?$

b) $\int \frac{1}{6x+5} dx = ?$

c) $\int e^{-3x+7} dx = ?$

d) $\int 5^{2x+4} dx = ?$

e) $\int \cos(12x + 5) dx = ?$

f) $\int \sin(5x + 9) dx = ?$

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Végezzük el az alábbi feladatokat.

a) $\int_0^1 x^2 dx = ?$

b) Számoljuk ki, hogy mekkora a területe annak a tartománynak, ami az $f(x) = x^2 - 4x$ függvény és az x tengely között van a $[0, 6]$ intervallumon.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

a) Számoljuk ki a területet, ami az $f(x) = x^2$ és $g(x) = -x^2 + 4x + 16$ függvények között van.

b) Számoljuk ki a területet, ami az $f(x) = x^2 - 6x + 10$ és $g(x) = 2x + 10$ függvények között van.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)

Számoljuk ki az $f(x) = -x^2 + 3x + 4$ függvény $x = 3$ -nál húzható érintője által határolt területet.

[Megnézem a kapcsolódó epizódot](#)
